

# *Linearne nejednadžbe*

odgajateljica Valentina Zemlič

# *Što znači riješiti nejednadžbu?*

- Riješiti nejednadžbu znači odrediti **SVE** vrijednosti realnog broja  $x$  koje uvrštene u nejednadžbu umjesto nepoznanice  $x$  daju istinitu nejednakost

# VAŽNO!!!

- Pri rješavanju moramo voditi računa da provodimo računske operacije tako da nejednakost ostane sačuvana
- Što to ustvari znači?
  1. Ako objema stranama nejednakosti dodamo ili oduzmemo isti broj, znak nejednakosti se ne mijenja.
  2. Ako obje strane nejednakosti pomnožimo ili podijelimo s istim **POZITIVNIM** brojem, znak nejednakosti se **ne mijenja**.
  3. Ako obje strane nejednakosti pomnožimo ili podijelimo istim **NEGATIVNIM** brojem, znak nejednakosti **se okreće**.

# *Rješenja linearne nejednadžbe*

- Kao rješenje linearne nejednadžbe možemo dobiti:
  - a) Interval realnih brojeva
  - b) Skup svih realnih brojeva
  - c) Nema rješenja

## **• O čemu ovisi??**

Ako pri rješavanju linearne nejednadžbe dobijemo nejednakost koja **ne vrijedi**, onda linearna nejednadžba **nema rješenja**.

Ako pri rješavanju linearne nejednadžbe dobijemo nejednost koja **uvijek vrijedi**, onda je rješenje te linearne nejednadžbe **skup svih realnih brojeva**

*Idemo na neke primjere...*

1) Riješi nejednadžbu:

$$a) 2x + \frac{3}{4} < -\frac{1}{3} \quad / \cdot 12$$

$$24x + 9 < -4$$

$$24x < -4 - 9$$

$$24x < -13 \quad / : 24$$

$$x < -\frac{13}{24}$$

Uočite da smo prvo množili zajedničkim nazivnikom kako bismo se riješili razlomaka. No, mogli smo i drugačije:

$$2x < -\frac{1}{3} - \frac{3}{4}$$

$$b) -\frac{1}{2}x + 2 \geq \frac{1}{3}$$

$$-\frac{1}{2}x + 2 \geq \frac{1}{3} \quad / \cdot 6$$

$$-3x + 12 \geq 2$$

$$-3x \geq 2 - 12$$

$$-3x \geq -10 \quad / : (-3)$$

$$x \leq \frac{10}{3}$$

Uočite da smo prvo pomnožili zajedničkim nazivnikom kako bismo se riješili razlomaka, a u zadnjem koraku kako smo dijelili negativnim brojem znak nejednakosti se okrenuo.

2) Riješi nejednadžbe:

$$a) 3x - 2 > x + 5$$

$$b) 1 - \frac{2x+1}{3} < \frac{x}{2} - \frac{x-3}{6}$$

$$c) \frac{3-2x}{4} - 1 > \frac{x}{3} - \frac{5x+1}{6}$$

$$d) \frac{x-1}{2} - \frac{x-2}{3} - \frac{x-3}{4} \leq 1 - \frac{x-4}{8}$$



Rješenja:

$$a) 3x - 2 > x + 5$$

$$3x - x > 5 + 2$$

$$2x > 7 \quad /: 2$$

$$x > \frac{7}{2}$$

$$b) 1 - \frac{2x+1}{3} < \frac{x}{2} - \frac{x-3}{6} \quad / \cdot 6$$

$$6 - 2(2x + 1) < 3x - (x - 3)$$

$$6 - 4x - 2 < 3x - x + 3$$

$$-4x - 3x + x < 3 - 6 + 2$$

$$-6x < -1 \quad /: (-6)$$

$$x > \frac{1}{6}$$

$$c) \frac{3-2x}{4} - 1 > \frac{x}{3} - \frac{5x+1}{6} \quad / \cdot 12$$

$$3(3 - 2x) - 12 > 4x - 2(5x + 1)$$

$$9 - 6x - 12 > 4x - 10x - 2$$

$$-6x - 4x + 10x > 12 - 9 - 2$$

$$0x > 1$$

$$0 > 1$$

Nejednadžba nema rješenja jer ne vrijedi nejednakost  $0 > 1$ .

$$d) \frac{x-1}{2} - \frac{x-2}{3} - \frac{x-3}{4} \leq 1 - \frac{x-4}{8} \quad / \cdot 24$$

$$12(x-1) - 8(x-2) - 6(x-3) \leq 24 - 3(x-4)$$

$$12x - 12 - 8x + 16 - 6x + 18 \leq 24 - 3x + 12$$

$$-2x + 22 \leq 36 - 3x$$

$$-2x + 3x \leq 36 - 22$$

$$x \leq 14$$

3) Riješi linearne nejednadžbe i prikaži rješenje na brojevnom pravcu:

$$a) \frac{2x}{3} - [1 - 3(2 - x)] \geq \frac{3x-1}{4}$$

$$b) \frac{(2x-1)^2}{4} - \frac{(3x-1)(3x+1)}{9} < \frac{1}{3} - \frac{2x+3}{12}$$

Rješenje:

$$a) \frac{2x}{3} - [1 - 3(2 - x)] \geq \frac{3x-1}{4} \quad / \cdot 12$$

$$8x - 12[1 - 3(2 - x)] \geq 3(3x - 1)$$

$$8x - 12(1 - 6 + 3x) \geq 9x - 3$$

$$8x - 12 + 72 - 36x \geq 9x - 3$$

$$8x - 36x - 9x \geq 12 - 72 - 3$$

$$-37x \geq -63 \quad /: (-37)$$

$$x \leq \frac{63}{37}$$



$$b) \frac{(2x-1)^2}{4} - \frac{(3x-1)(3x+1)}{9} < \frac{1}{3} - \frac{2x+3}{12} \quad / \cdot 36$$

$$9(2x-1)^2 - 4(3x-1)(3x+1) < 12 - 3(2x+3)$$

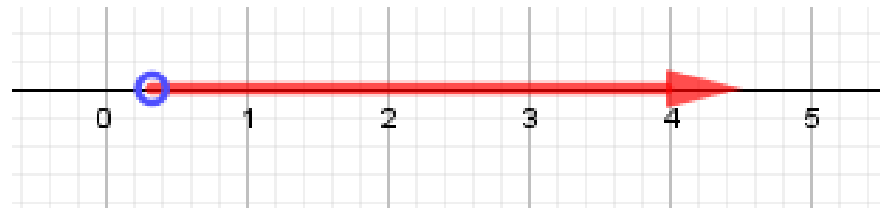
$$9(4x^2 - 4x + 1) - 4(9x^2 - 1) < 12 - 6x - 9$$

$$\cancel{36x^2} - 36x + 9 - \cancel{36x^2} + 4 < 3 - 6x$$

$$-36x + 6x < 3 - 4 - 9$$

$$-30x < -10 \quad /: (-30)$$

$$x > \frac{1}{3}$$



# *Systav dviju linearnih nejednadžbi*

- Sustav dviju linearnih nejednadžbi s jednom nepoznanicom sastoji se od dviju linearnih nejednadžbi
- Riješiti sustav nejednadžbi znači odrediti skup svih realnih brojeva koji **su rješenja prve i druge nejednadžbe**



# *Kako rješavamo?*

- Najprije riješimo svaku nejednadžbu zasebno
- Nakon toga, tražimo one realne brojeve koji su rješenje i jedne i druge nejednadžbe (odnosno, presjek rješenja)

1) Riješi sljedeći sustav linearnih nejednadžbi:

$$\begin{cases} 2 - 4x \leq 5 \\ 3x - 1 < 2 \end{cases}$$

Riješimo prvu nejednadžbu:

$$\begin{aligned} 2 - 4x &\leq 5 \\ -4x &\leq 5 - 2 \\ -4x &\leq 3 \quad /: (-4) \\ x &\geq -\frac{3}{4} \end{aligned}$$

Zapišimo u obliku intervala rješenje:

$$x \in \left[ -\frac{3}{4}, +\infty \right)$$

Riješimo sada drugu nejednadžbu:

$$3x - 1 < 2$$

$$3x < 1 + 2$$

$$3x < 3 \quad /: 3$$

$$x < 1$$

Zapišimo to rješenje u obliku intervala:

$$x \in \langle -\infty, 1 \rangle$$

Preostaje odrediti koji su realni brojevi rješenja obje nejednadžbi. Ako je rješenje prve nejednadžbe interval  $\left[-\frac{3}{4}, +\infty\right)$ , a druge nejednadžbe  $\langle -\infty, 1 \rangle$ , onda je presjek tih rješenja:

$$\left[-\frac{3}{4}, 1\right)$$

2) Riješi sljedeće sustave linearnih nejednadžbi:

$$a) \begin{cases} \frac{x-1}{3} + \frac{x-4}{2} \geq 1 \\ \frac{x+2}{3} - \frac{x-2}{2} \geq 1 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} (2x - 1)(x + 3) - x(2x - 1) \leq 3x - 2 \\ (3 - x)(x + 1) + 2x \leq (1 - x)(1 + x) \end{cases}$$

Rješenje:

$$a) \begin{cases} \frac{x-1}{3} + \frac{x-4}{2} \geq 1 \\ \frac{x+2}{3} - \frac{x-2}{2} \geq 1 \end{cases}$$

Probajmo istovremeno rješavati obje nejednadžbe tako da najprije svaku pomnožimo zajedničkim nazivnikom:

$$\begin{cases} \frac{x-1}{3} + \frac{x-4}{2} \geq 1 & / \cdot 6 \\ \frac{x+2}{3} - \frac{x-2}{2} \geq 1 & / \cdot 6 \end{cases}$$

Dobivamo:

$$\begin{cases} 2(x - 1) + 3(x - 4) \geq 6 \\ 2(x + 2) - 3(x - 2) \geq 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x - 2 + 3x - 12 \geq 6 \\ 2x + 4 - 3x + 6 \geq 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x \geq 6 + 2 + 12 \\ -x \geq 6 - 6 - 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x \geq 20 & /: 5 \\ -x \geq -4 & /: (-1) \end{cases}$$
$$\begin{cases} x \geq 4 \\ x \leq 4 \end{cases}$$

Iz toga zaključujemo da je konačno rješenje sustava:  $\{4\}$

$$b) \begin{cases} (2x - 1)(x + 3) - x(2x - 1) \leq 3x - 2 \\ (3 - x)(x + 1) + 2x \leq (1 - x)(1 + x) \end{cases}$$

Krenimo opet istovremeno rješavati (ako vam ne ide, riješite jednu po jednu kao u prvom primjeru):

$$\begin{cases} (2x - 1)(x + 3 - x) \leq 3x - 2 \\ (3 - x)(x + 1) - (1 - x)(x + 1) \leq -2x \end{cases}$$

$$\begin{cases} (2x - 1)3 \leq 3x - 2 \\ (x + 1)(3 - x - 1 + x) \leq -2x \end{cases}$$

Uočite da sam rješavala metodom izlučivanja zajedničkog koeficijenta, ali možete krenuti odmah s množenjem zagrada ako vam je tako lakše.

**VAŽNO!!!!** Pazite na predznake!



$$\begin{cases} (2x - 1)3 \leq 3x - 2 \\ (x + 1)2 \leq -2x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x - 3 \leq 3x - 2 \\ 2x + 2 \leq -2x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x - 3x \leq 3 - 2 \\ 2x + 2x \leq -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x \leq 1 & /:3 \\ 4x \leq -2 & /:4 \end{cases}$$
$$\begin{cases} x \leq \frac{1}{3} \\ x \leq -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Konačno, rješenje sustava dobivamo kao presjek intervala  $\langle -\infty, \frac{1}{3} \rangle$  i  $\langle -\infty, -\frac{1}{2} \rangle$ , što je interval  $\langle -\infty, -\frac{1}{2} \rangle$

## *Što kad imamo ovako zadan sustav?*

$$\begin{cases} 2x + 3 > 1 \\ 2x + 3 < 7 \end{cases}$$

Možemo rješavati kao i prethodne sustave, no efikasnije ih je zapisati na sljedeći način jer vidimo da se u oba javlja izraz  $2x + 3$ :

$$1 < 2x + 3 < 7$$

Da bismo riješili dani sustav prvo ćemo oduzeti broj 3

$$1 < 2x + 3 < 7$$

$$1 - 3 < 2x + 3 - 3 < 7 - 3$$

$$-2 < 2x < 4$$

Konačno, da bi nam u sredini ostala samo nepoznanica  $x$ , podijelit ćemo s brojem 2

$$-2 < 2x < 4$$

$$-\frac{2}{2} < \frac{2x}{2} < \frac{4}{2}$$

$$-1 < x < 2$$

Time smo dobili rješenje sustava kao interval  $\langle -1, 2 \rangle$

1) Riješi sustave:

$$a) -1 \leq \frac{x-1}{3} \leq 0$$

$$b) 1 < \frac{2x-1}{2} \leq 2$$

Rješenje:

$$a) -1 \leq \frac{x-1}{3} \leq 0 \quad / \cdot 3$$

$$-1 \cdot 3 \leq 3 \cdot \frac{x-1}{3} \leq 0 \cdot 3$$

$$-3 \leq x - 1 \leq 0$$

$$-3 + 1 \leq x - 1 + 1 \leq 0 + 1$$

$$-2 \leq x \leq 1$$

Rješenje:  $[-2,1]$

$$b) 1 < \frac{2x-1}{2} \leq 2 \quad / \cdot 2$$

$$2 < 2x - 1 \leq 4$$

$$2 + 1 < 2x - 1 + 1 \leq 4 + 1$$

$$3 < 2x \leq 5 \quad / : 2$$

$$\frac{3}{2} < x \leq \frac{5}{2}$$

Rješenje sustava je:  $\left(\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right]$

# *Napomena!*

- Kada riješite nejednadžbu ili sustav nejednadžbi, zapišite rješenje u obliku intervala kao što smo radili kod sustava nejednadžbi
- **ZADATAK:** Za nejednadžbe koje smo riješili, a nismo napisali rješenje u obliku intervala, vratite se i zapišite ih sami.

- U sljedećoj prezentaciji, koja će na webu biti idući tjedan, obradit ću složenije zadatke i rješavanje pomoću tablice predznaka
- Ako trebate pomoć oko ovog dijela, javite se 😊